

Gitterspektren – Lösung A2 & A3abc



A2)

Das 1. Maximum der Linie $\lambda = 590nm$ liegt bei $d_1 = \frac{11,8cm}{2} = 5,9cm$.

Für den Beobachtungswinkel gilt: $\alpha_1 = \tan^{-1} \left(\frac{d_1}{l} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0,059m}{1m} \right) = 3,38^\circ$.

Aus $\sin(\alpha_k) = \frac{k\lambda}{g}$ folgt $g = \frac{k\lambda}{\sin(\alpha_k)} = \frac{1 \cdot 590 \cdot 10^{-9}m}{\sin(3,38^\circ)} = 1 \cdot 10^{-5}m$.

Das Gitter besitzt $\frac{1cm}{g} = \frac{0,01m}{1 \cdot 10^{-5}m} = 1000$ Striche pro cm.

A3a)

Die Gitterkonstante beträgt $g = \frac{1m}{5000 \cdot 100} = 2\mu m$.

Das sichtbare Spektrum erstreckt sich über den Wellenlängenbereich von $400nm \leq \lambda \leq 800nm$.

Die Maxima von Licht größerer Wellenlänge erscheinen wegen $\sin(\alpha) = \frac{n \cdot \lambda}{g}$ (Bedingung für Maxima am Gitter, FS S.131) auch unter einem größeren Winkel. Ein Spektrum ist daher ganz zu beobachten, wenn auch das Licht der maximalen Wellenlänge $\lambda = 800nm$ noch auf dem Schirm zu sehen ist.

Der maximal mögliche Beobachtungswinkel ist $\alpha_{max} = 90^\circ$. Es gilt daher auch $\sin(\alpha_{max}) = \sin(90^\circ) = 1$. Aus der Bedingung für Maxima folgt mit $\lambda = 800nm$:

$$1 \geq \frac{n \cdot \lambda}{g} = \frac{n \cdot 800nm}{2\mu m} = n \cdot 0,4 \Rightarrow 2,5 \geq n$$

Das sichtbare Licht kann bis zur 2. Ordnung ganz beobachtet werden.

A3b)

Aus $\sin(\alpha_k) = 1$ folgt der Beobachtungswinkel $\alpha_k = 90^\circ$. Gesucht ist das maximal mögliche k für eine Wellenlänge zwischen $400nm$ und $800nm$.

Da alle Spektren mit $\lambda = 400nm$ beginnen, wird zunächst bestimmt, bis zu welcher Ordnung mindestens der Anfang des Spektrums beobachtbar ist, also der Winkel $\alpha_k \leq 90^\circ$ ist:

$$\frac{k\lambda}{g} = \sin(\alpha_k) \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{g}{\lambda} = \frac{1cm/5000}{400 \cdot 10^{-9}m} = 5.$$

Die beobachtbare Wellenlänge unter den Bedingungen $k = 5$ und $\alpha_5 = 90^\circ$ ergibt sich aus $\sin(\alpha_5) = 1 = \frac{5 \cdot \lambda_b}{g}$

$$\text{zu } \lambda_b = \frac{g}{5} = \frac{1cm/5000}{5} = 400nm.$$

A3c)

Skizze der Einzelspektren (außen) und des beobachtbaren Lichtes (innen - Addition aller Farben an jedem Ort). Für die Skizze wurde jeweils der Beobachtungswinkel ausgewählter Farben in den Ordnungen $n=1...5$ berechnet.

